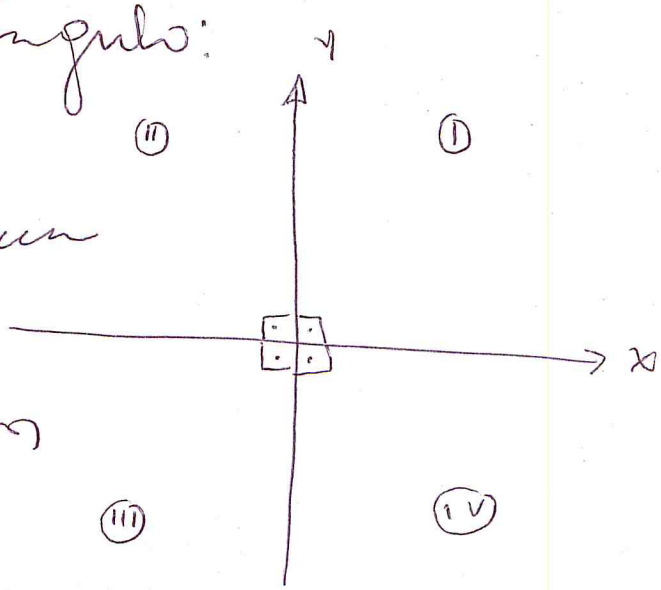
GEOMETRIA

(1) Vamos partir do plano cartesiano para definir ângulo:



Cada um dos 4 quadrantes forma um ângulo de 90°. Os 4 quadrantes juntos formam 360°. A relação entre o plano cartesiano e a geometria se torna muito importante nos estudos de Trigonometria.

Quais as 2 principais unidades de medida de ângulos? R. grau e radiano.

(2) O que é o grau? R. É um ângulo que representa $\frac{1}{360}$ da circunferência.

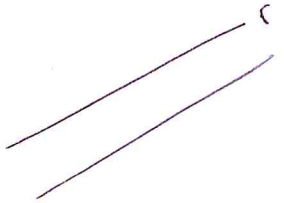
(3) O que é o radiano? R. É um ângulo que corresponde ao comprimento do raio da circunferência.

(4) Quantos radianos formam uma circunferência? R. 6,28..., este número corresponde a 2π, sendo $\pi = 3,14...$

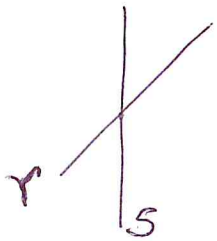
(5) Qual é mais usado nas ciências? (2)
R. O radiano; o grau tem um uso muito limitado.

(3) O que é uma semi-reta. R. É a parte da reta que vai da origem até $+\infty$ ou até $-\infty$. cf

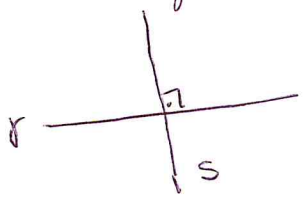
(6) Quando dizemos que 2 ou mais retas são paralelas? R. Quando elas não se interceptam.



(7) Como são chamadas as retas que se interceptam? R. Retas coconentes.

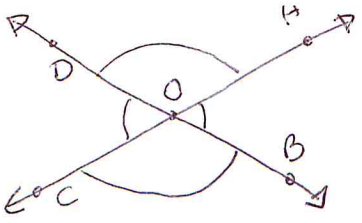


(8) O que são retas perpendiculares? R. São as retas que se interceptam formando ângulo de 90°



(9) O que é o vértice de um ângulo?
R. É o ponto de interseção entre as 2 semiretas que formam o ângulo.

(10) O que são ângulo opostos pelos vértices?
R. São ângulo formados por 2 retas, e

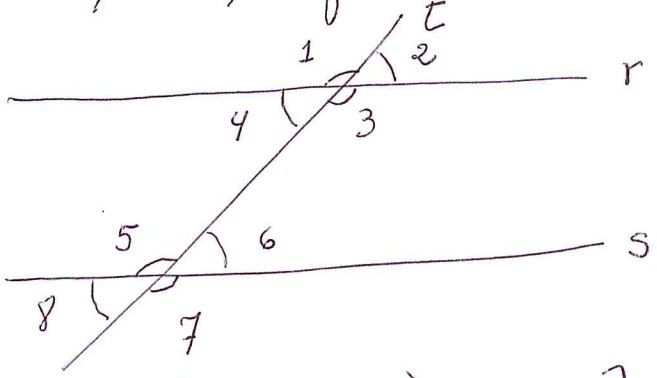


que ficam de lados opostos. $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ são ângulos opostos pelos vértices. (o.p.v), e $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ também são o.p.v.

(11) Qual o significado da palavra "congruente" em geometria? R. É usada para indicar que duas medidas são iguais.

(12) Qual a relação existente entre os ângulos o.p.v? R. São congruentes (têm medidas iguais).

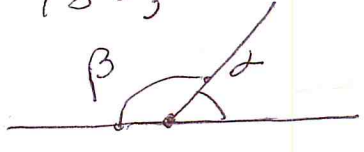
(13) Se traçarmos duas retas paralelas e uma transversal, formamos 8 ângulos, demonstre: R



(14) Quantas medidas (tamanhos) de ângulos há no arranjo acima? R. Dois: 1, 3, 5 e 7 são congruentes; 2, 4, 6 e 8 também são.

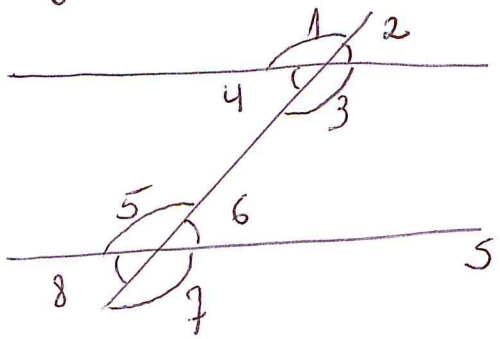
(15) O que são ângulos complementares? R São ângulos (2), cuja soma é 90; α e β são complementares.

(16) O que são ângulos suplementares? São os ângulos cuja soma é 180; α e β são suplementares.



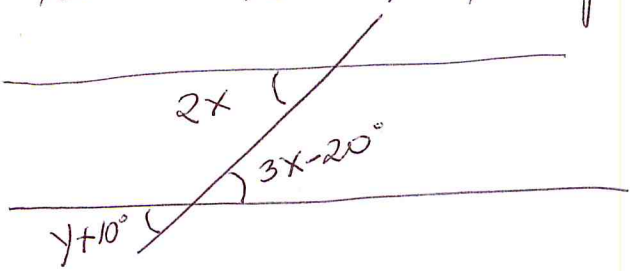
(17) Que nomes especiais recebem os 8 ângulos do arranjo de quatro 13?

R.



- correspondentes: um "dentro" e outro "fora": 1 e 5, 4 e 8, 2 e 6, 3 e 7.
- alternos (um sim, o outro não) internos: 3 e 5, 4 e 6.
- alternos externos: 1 e 7, 2 e 8.
- colaterais (do mesmo lado) internos: 3 e 6, 4 e 5.
- colaterais externos: 1 e 8, 2 e 7.

(18) Considere que as retas r e s são paralelas e calcule x e y.



R. Os 3 ângulos são congruentes: iguais

2x e y+10 são correspondentes (congruentes).

y+10 e 3x-20° são o.p.v (congruentes)

$$\begin{cases} 2x = y+10 \\ y+10 = 3x-20 \end{cases}$$

$y = 2x-10$

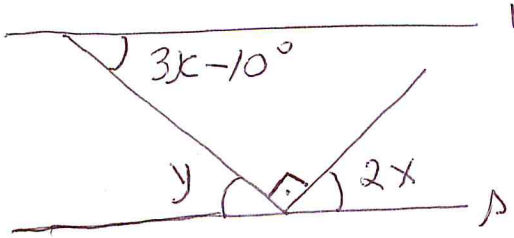
$2x-10+10 = 3x-20$

$-3x+2x = -20,$

$-x = -20\ (-1),$ $x = 20°$, $y = 2.20-10$

$y = 30°$

(19) Calcule os valores de x e y.



R. 3x-10 e y são alternos internos: iguais.

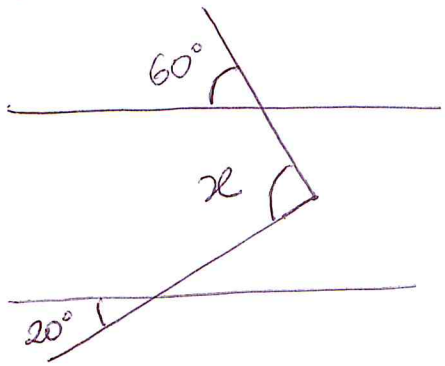
y e 2x são complementares, sua soma dá 90°:

(5)

$\begin{cases} y = 3x - 10 \\ y = 2x \end{cases}$ $3x - 10 = 2x$, $3x - 2x = 10$, $x = 10°$

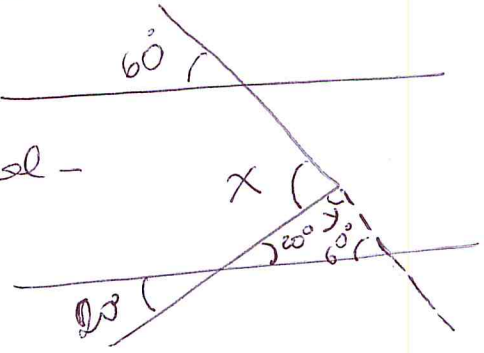
$y = 2 \cdot 10$, $y = 20°$

(20) Calcule x.



R. neste caso prolongamos uma das retas para formar a reta transversal.

Como a soma dos 3 ângulos internos de qualquer triângulo é 180°



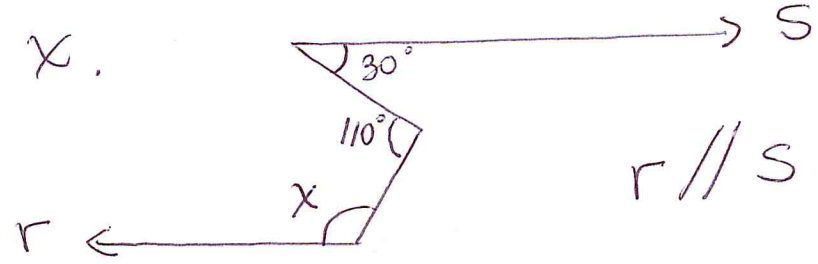
$20 + 60 + y = 180$, $80 + y = 180$

$y = 180 - 80$, $y = 100°$

x e y são suplementares (soma da 180°),

$x + 100 = 180$, $x = 180 - 100$, $x = 80°$.

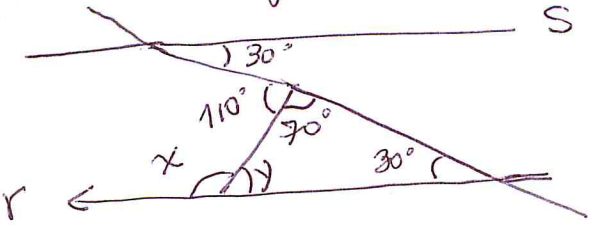
(21) Calcule x.



r // S

Resposta

Prolongamos r e uma das transversais de modo a formar um triângulo.



$70 + 30 + y = 180$

$100 + y = 180$, $y = 80°$

$x + y = 180$, $x + 80 = 180$

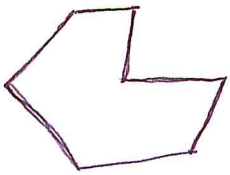
$x = 100°$

(22) Qual a soma dos ângulos externos de um triangulo? R. 360°.

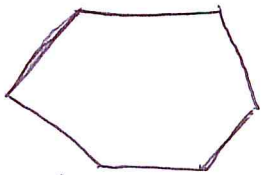
(23) Qual a soma dos angulos externos de um quadrilátero (4 lados)? R. 360°.

(24) Qual a soma dos angulos externos de qualquer polígono convexo? R. 360°

(25) O que é um polígono convexo? É o que não tem reentrâncias.



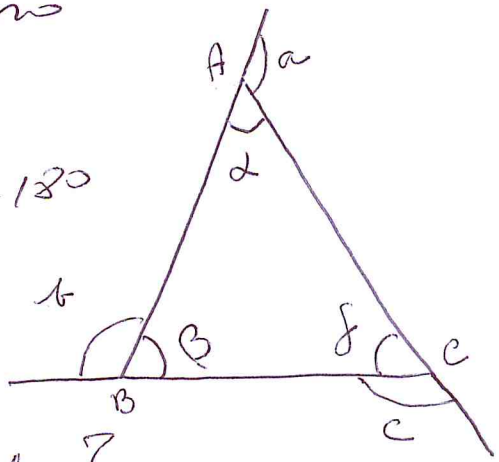
polígono não convexo.



polígono convexo

(26) Como fazemos para determinar os ângulos externos de um triângulo? R. Prolongamos os 3 lados e tomamos o ângulo suplementar com o interno

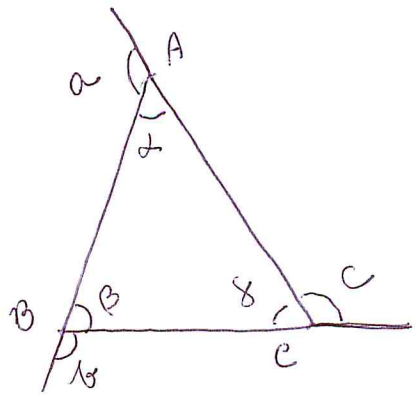
$a+b+c=360°$, $\alpha+\beta+\gamma=180$



(27) Poderíamos prolongar os lados de outro modo?
R. Sim

$\alpha+\beta+\gamma=180$

$a+b+c=360°$

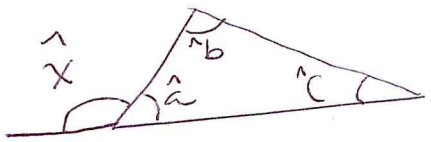


(28) Quais as 3 classificações dos triângulos quanto aos lados? R. Equilátero: 3 lados iguais; Isósceles: 2 lados iguais e 1 diferente e escaleno: os 3 lados diferentes.

(29) Quais as 3 classificações dos triângulos quanto aos ângulos? R. Acutângulo: 3 ângulos agudos; retângulo: 1 ângulo reto (90°) e 2 agudos e obtusângulo: 1 ângulo obtuso (maior que 90°) e 2 agudos.

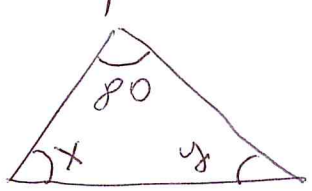
(30) Que importante simplificação podemos obter para calcular os ângulos do triângulo e relacionando os ângulos externos aos externos? R. Em qualquer triangulo, a medida do ângulo externo é igual à soma dos medidos dos outros 2 ângulos internos não adjacentes (dos vértices opostos).

$$\hat{x} = \hat{b} + \hat{c}$$



(31) Num triângulo, um ângulo mede 80°. a diferença entre os outros dois é 32°. calcule-os.

R.



$x + y + 80 = 180$

$x - y = 32$

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - y = 32 \end{cases}$$

$2x = 132$

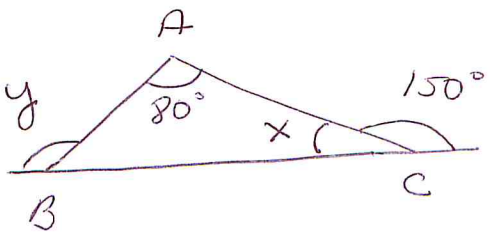
$x = \frac{132}{2} = 66$

$66 - y = 32$, $-y = 32 - 66$

$-y = -34\ (-1)$, $y = 34$

$S = \{80°, 66° \text{ e } 34°\}$

(32) Determine x e y

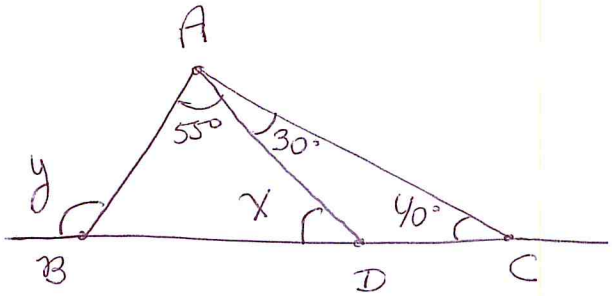


R. $150 + x = 180$

$x = 30°$

$y = 30 + 80$, $y = 110°$

(33) Determine x e y:



R. $y = 55 + 30 + 40$

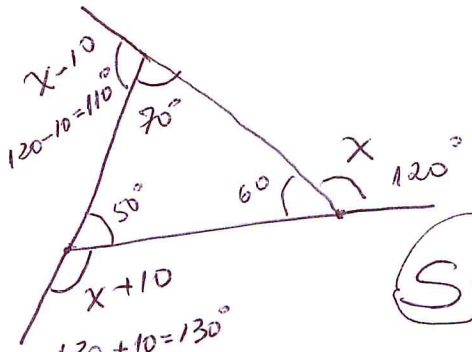
$y = 125°$

$x = 30 + 40$, $x = 70°$

(34) Os ângulos externos de um triângulo medem x, $x+10$ e $x-10$. Determine a medida dos ângulos internos. R.

$x + x + 10 + x - 10 = 360$

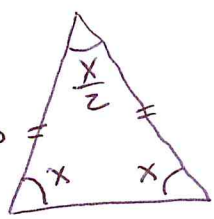
$3x = 360$, $x = 120°$



Os ângulos internos e externo adjacentes (vizinhos) medem 180°

S = 50°, 60° e 70°

(35) Em um triângulo isósceles o ângulo do vértice é a metade de cada um dos ângulos da base. Determine os 3 ângulos do triângulo. R.



• Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais.

$x + x + \frac{x}{2} = 180$, $2x + 2x + x = 360$, $5x = 360$, $x = \frac{360}{5}$, $x = 72$

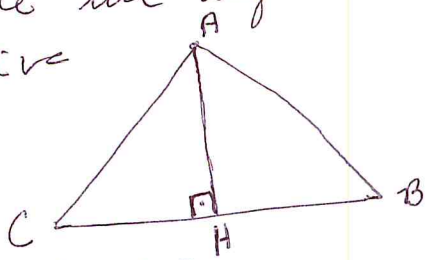
S = 72, 72, 36

(36) O que é a altura de um triângulo!

R. É um segmento de reta que liga um vértice ao lado oposto e faz com este um ângulo reto.

. O segmento $\overline{AH}$ é a altura relativa ao lado BC.

. Todo triângulo tem 3 alturas.

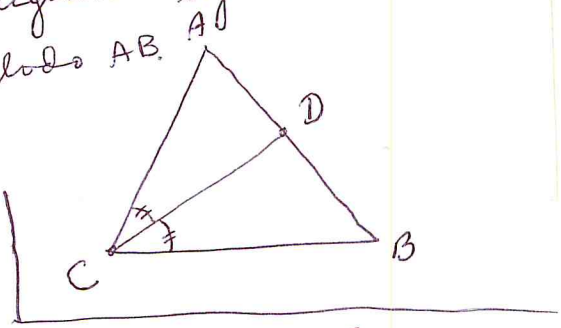


(37) O que é bissetriz de um triângulo?

R. É um segmento de reta que divide cada ângulo do triângulo em 2 ângulos iguais.

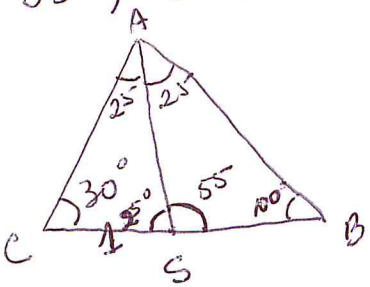
. $\overline{CD}$ é a bissetriz relativa ao lado AB.

. Todo triângulo tem 3 bissetrizes.

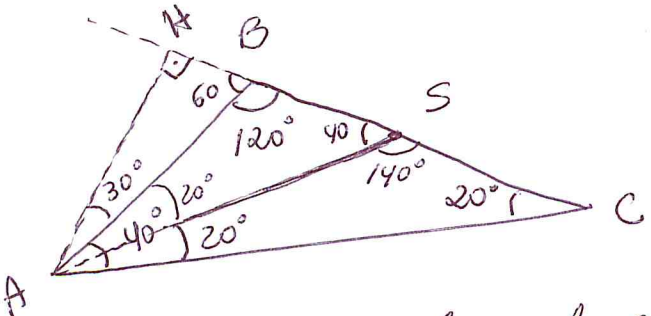


(38) Um triângulo ABC tem $\hat{C}=30°$ e a bissetriz $\overline{AS}$ forma com $\overline{BC}$ um ângulo de 55°, calcule o ângulo $\hat{B}$.

R.



(39) Um triângulo ABC tem $\hat{B}=120°$ e $C=20°$. Quanto mede o ângulo que a altura $\overline{AH}$ forma com a bissetriz AS.? R.



A altura pode locadizer-se fora do triângulo.

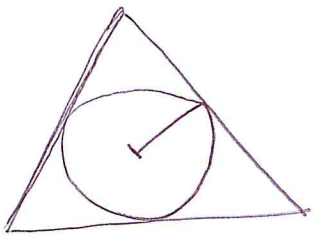
(40) Num triângulo isósceles RST, de base ST, a bissetriz $\overline{SP}$ forma com o lado $\overline{SR}$ um ângulo de 20°. Calcule os ângulos $\hat{R}$, $\hat{S}$ e $\hat{T}$. (10)

R.

(41) Qual a diferença entre uma figura geométrica ser inscrita ou circunscrita?

R. Inscrita: "está dentro", lembre-se de que você está dentro de um concurso se estiver inscrito. Circunscrito é o que está fora.

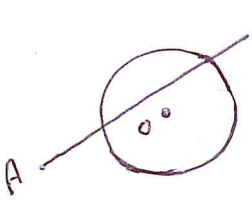
ex:



. a circunferência está inscrita no triângulo.
. o triângulo está circunscrito à circunferência.

(42) Quando dizemos que um segmento de reta é secante? R. Quando ele "corta".

ex.

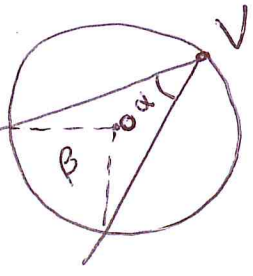


O segmento de reta $\overline{AB}$ é secante à circunferência.

(43) O que é um ângulo inscrito em uma circunferência? R. É o ângulo em que o vértice está sobre a circunferência e seus lados são secantes a ela.

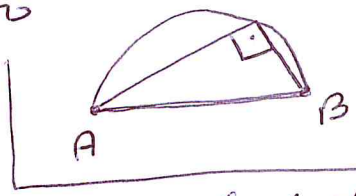
. α é o ângulo inscrito e
. β é o ângulo central

$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$



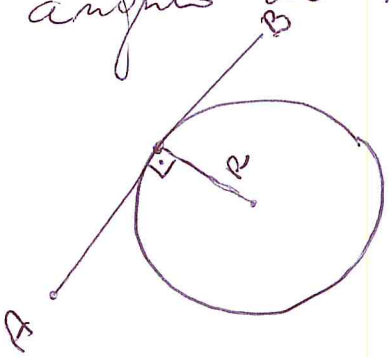
44) O que é uma semicircunferência? R. É meia circunferência.

45) O que podemos afirmar sobre o ângulo inscrito em uma semicircunferência e que seus lados passam pelos extremidades do diâmetro? R. É reto



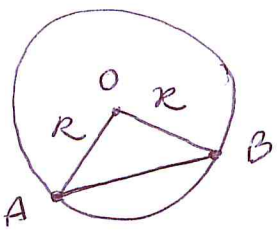
46) Quando dizemos que um segmento de reta tangencia (é tangente a) uma circunferência? R. Quando ele passa por um único ponto da circunferência (faz um ângulo de 90° com o raio da mesma).

. O segmento AB é tangente à circunferência.



47) O que é corda de uma circunferência? R. É um segmento que duas extremidades de um arco da mesma

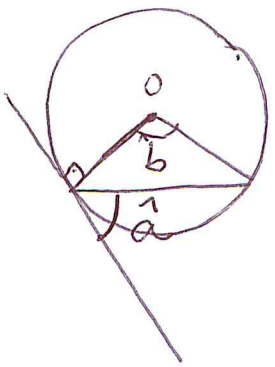
. O segmento $\overline{AB}$ é uma corda do arco $\overset{\frown}{AB}$.



48) O que é um ângulo de segmento? R. É o ângulo formado pela corda de um arco e a tangente por um ponto de extremidade do arco.

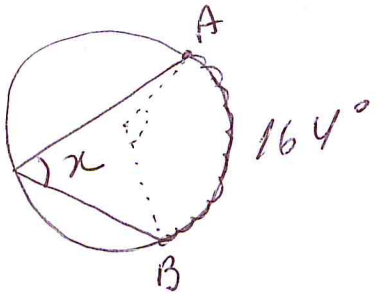
$\hat{a}$ é o ângulo de segmento e $\hat{b}$ é o ângulo central.

$a = \frac{b}{2}$

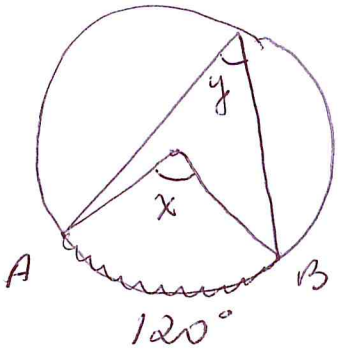


(49) Calcule os ângulos indicados:

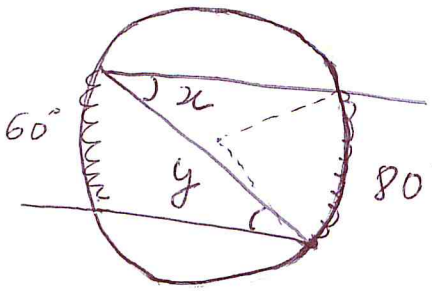
a)



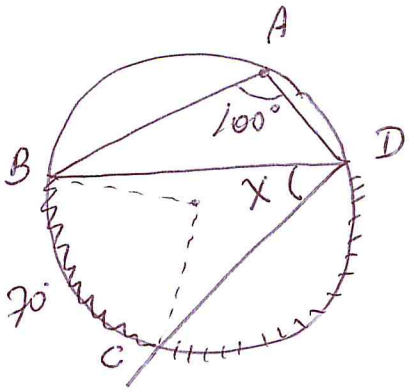
b)



c)



d)



Respostas

a) 164 corresponde ao ângulo central:

$x = \frac{164}{2} = 82$

b) x corresponde ao ângulo central de 120°

$y = \frac{x}{2}$, $y = \frac{120}{2} = 60°$

c) $x = \frac{80}{2} = 40°$; $y = \frac{60}{2} = 30°$

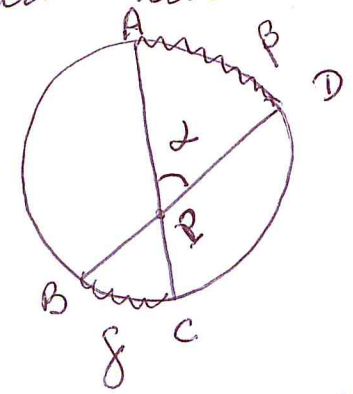
d) O ângulo $\hat{BD}$ é central e vale 200°

$x = \frac{70}{2} = 35°$ e $\hat{CD} = 200 - 70° = 130°$

(50) O que são ângulos excêntricos interiores?

R. São ângulos formados por 2 secantes que se interceptam internamente à circunferência.

ex:

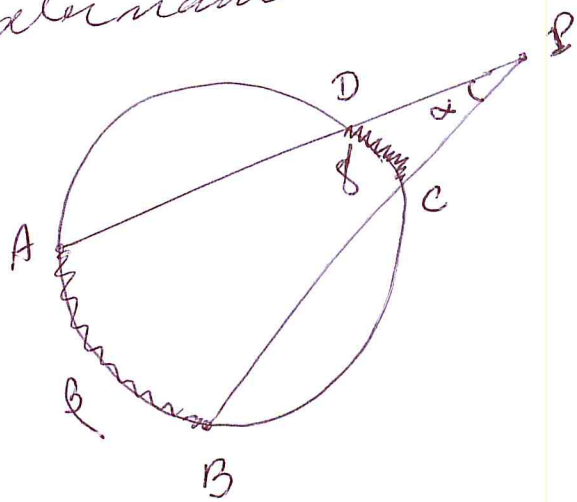


$$x = \frac{\beta + \delta}{2}$$

(51) O que são ângulos excêntricos exteriores?

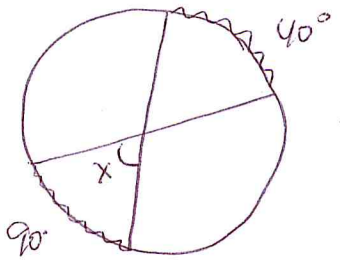
R. São ângulos formados por 2 secantes que se interceptam externamente à circunferência.

$$\alpha = \frac{\beta - \delta}{2}$$

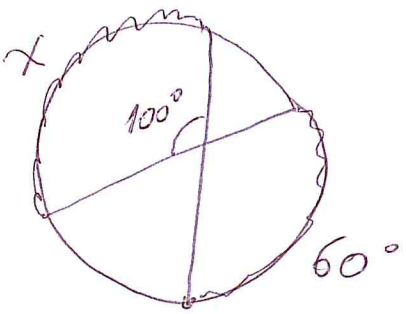


(52) Ache o valor de x: a)

R. $x = \frac{90+40}{2} = \frac{130}{2} = 65°$



b)



R. $100 = \frac{x+60}{2}$

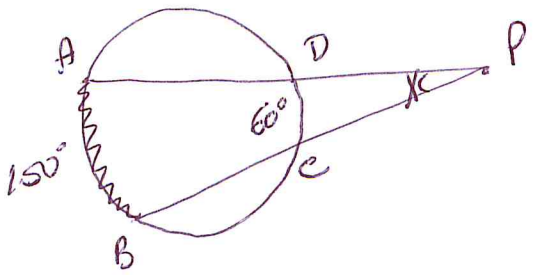
$x + 60 = 200$

$x = 200 - 60$

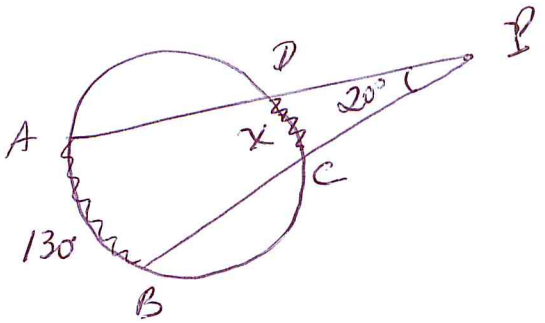
$x = 140°$

53) Ache o valor de x:

a)



b)

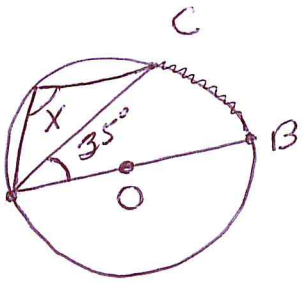


R. a) $x = \frac{150-60}{2} = \frac{90}{2} = 45°$

b) $20 = \frac{130-x}{2}$, $130-x = 40$, $-x = 40-130$

$-x = -90$ (-1) $x = 90°$ /

54) (FUVEST-SP) Calcule X.



R. Como $\overline{AB}$ é diâmetro, o ângulo $A\hat{O}B$ é de 180°.

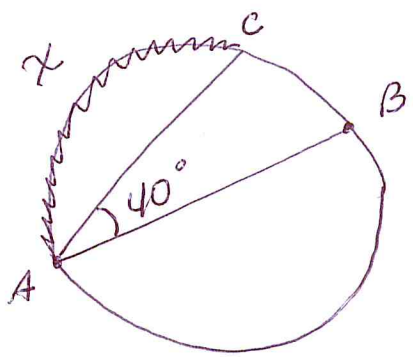
O ângulo $B\hat{C}$ é o dobro de 35°; $B\hat{C} = 70°$;

logo, $A\hat{B}C = 180 + 70 = 250°$.

x é o angulo inscrito, cujo angulo central é 250°: $x = \frac{250}{2} \Rightarrow x = 125°$

55) (PUC-SP) Calcule o arco $\overset{\frown}{AC}$, se $\overline{AB}$ é diâmetro

R. $\overset{\frown}{BC}$ é 80°

$\overset{\frown}{ABC} = 80 + 180 = 260°$

$\overset{\frown}{AC} = 360 - 260 = 100°$