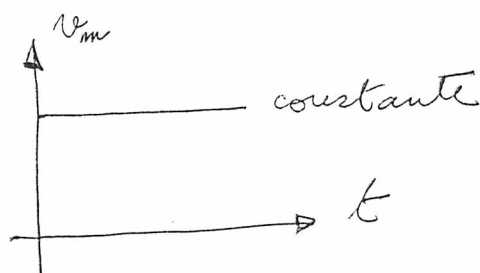


CINEMÁTICA II

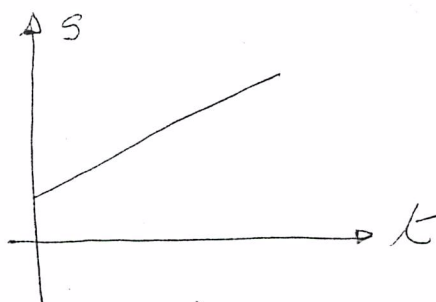
(1°)

Na primeira parte da cinemática estudamos o movimento de um modo bastante prático. Agora vamos estudar o movimento de forma analítica. Para isto apresentaremos os gráficos e respectivos fórmulas.

M.R.U. ① $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

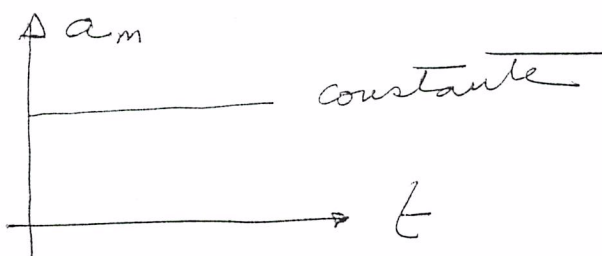


② $S = S_0 + V \cdot t$

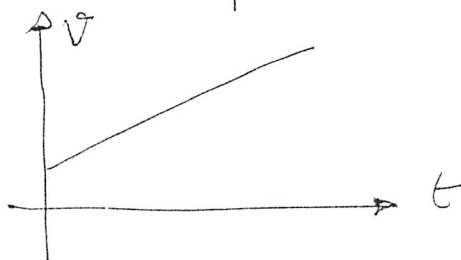


M.R.U.V

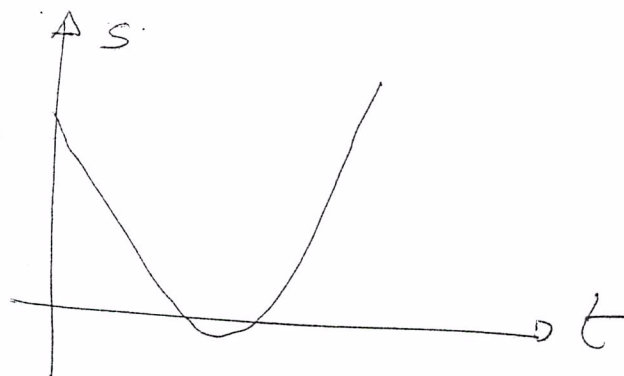
③ $a_m = \frac{\Delta V}{\Delta t}$



④ $v = v_0 + at$



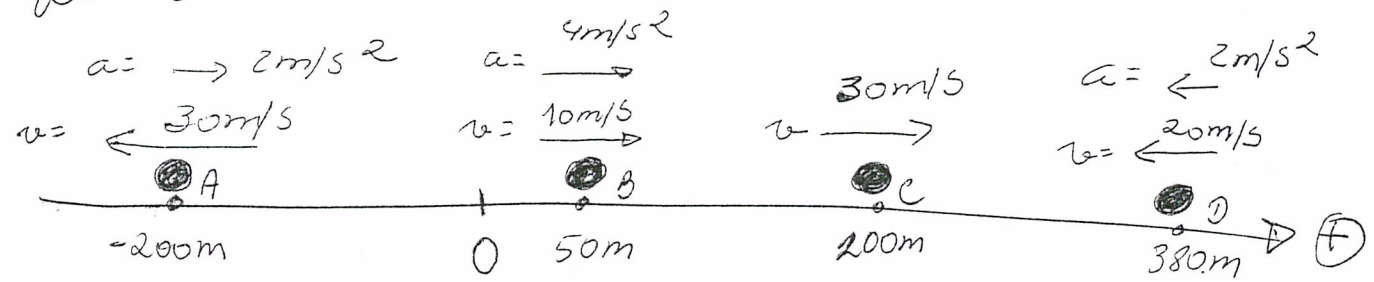
⑤ $S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$



⑥ $V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$

Équação de Torricelli; nós tem gráfico porque nós tem tempo.

Vamos considerar 4 móveis sobre uma trajetória e fazer os seguintes horários de cada um deles com respectivos gráficos

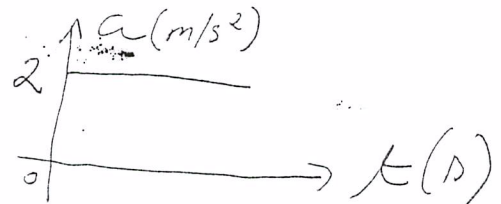


Respostas:

O móvel A tem aceleração: logo é MRUV;
sua velocidade inicial é de -30 m/s (retrogrado)
e sua posição inicial é de -200 m (à esquerda da origem).

- Função horária da aceleração:

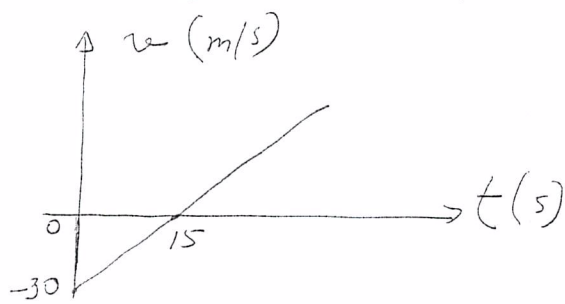
$$a = 2 \text{ m/s}^2$$



- Função horária da velocidade

$$v = v_0 + at$$

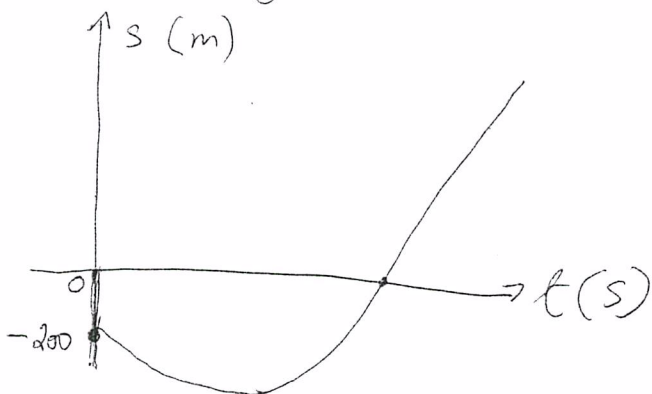
$$v = -30 + 2t$$



- função horária dos espaços:

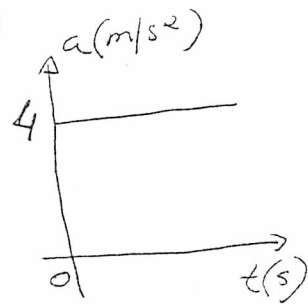
$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$S = -200 - 30t + t^2$$



21
O móvel B tem aceleração: logo é MRUV
sua velocidade inicial é de 10 m/s (progressiva)
e sua posição inicial é de 50 m

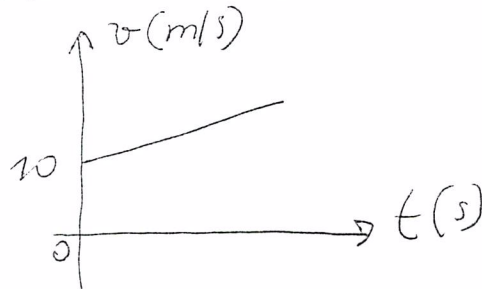
- Função horária da aceleração: $a = 4 \text{ m/s}^2$



- Função horária da velocidade

$$v = v_0 + at$$

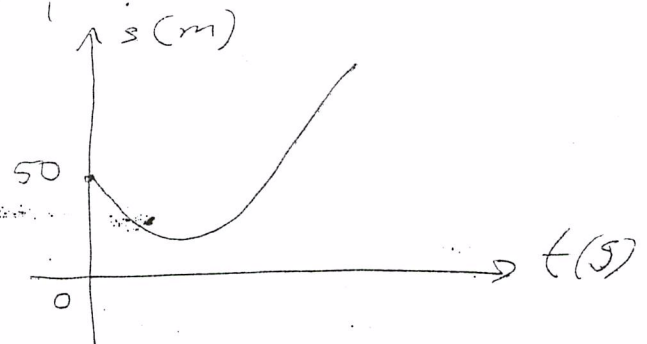
$$v = 10 + 4t$$



- Função horária dos espaços:

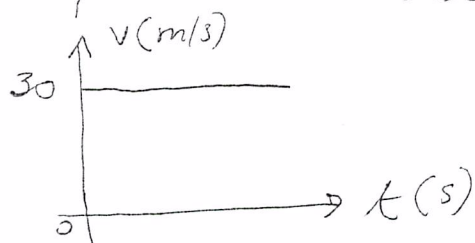
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = 50 + 10t + 2t^2$$



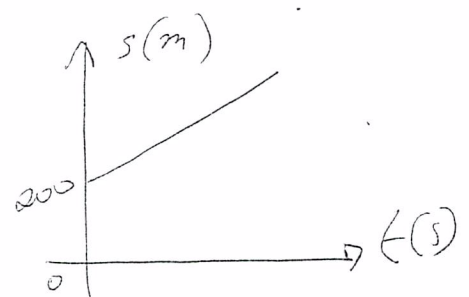
O móvel C não tem aceleração; logo é MRU
sua velocidade é de 30 m/s (progressiva);
sua posição inicial é 200 m .

- Função horária da velocidade: $v = 30 \text{ m/s}$



- Função horária dos espaços

$$s = s_0 + v \cdot t \quad s = 200 + 30t$$



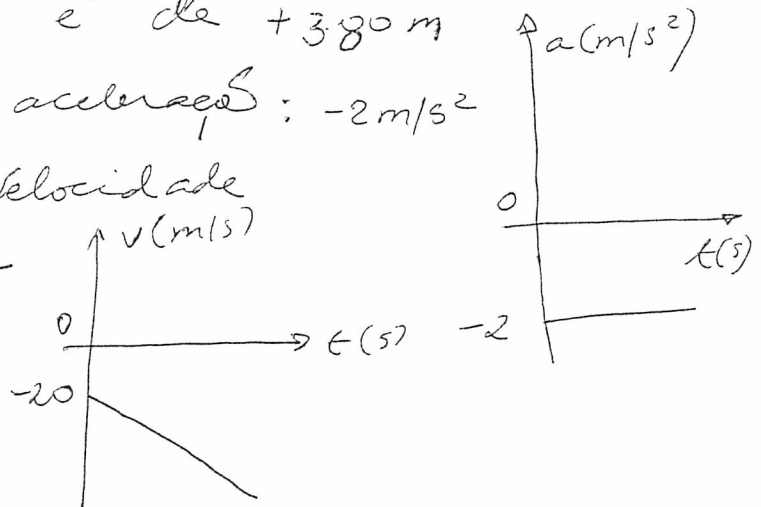
O móvel D tem aceleração; logo é MRUV (22)

sua velocidade inicial é de -20 m/s (retrogrado)
e sua posição inicial é de $+380 \text{ m}$

- Função horária da aceleração: -2 m/s^2

- Função horária da velocidade

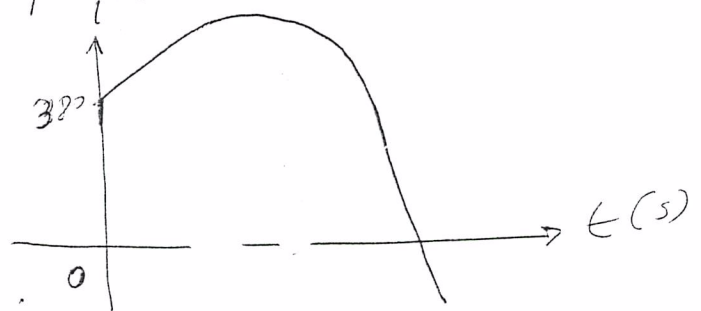
$$v = v_0 + at \quad v = -20 - 2t$$



- Função horária do espaço:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = 380 - 20t - t^2$$



D) Dada a função horária do espaço: $s = 15 + 5t$ determine:

- a posição inicial do móvel
- a velocidade do móvel
- a posição do móvel em $t = 5 \text{ s}$
- a velocidade do móvel em $t = 10 \text{ s}$
- a aceleração do móvel em $t = 15 \text{ s}$

Respostas

$$\begin{aligned} a) \quad s &= s_0 + v_0 t \\ s &= 15 + 5t \end{aligned}$$

$$s_0 = 15 \text{ m}$$

$$b) \quad v_0 = 5 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} c) \quad s &= 15 + 5 \cdot 5 = 15 + 25 \\ s &= 40 \text{ m} \end{aligned}$$

- d) a velocidade não varia porque o movimento é uniforme: $v = 5 \text{ m/s}$ (23)
- e) a aceleração é nula porque o movimento é uniforme: $a = 0$

3) (VF-M9) Dois carros A e B estão separados de uma distância de 500 m . O carro A tem uma velocidade constante de 20 m/s e o carro B tem uma velocidade de 18 m/s . O carro B está na frente com base nos dados, responda:

- a) como eles podem ser representados em uma trajetória?
- b) O carro A alcança o carro B?
- c) caso A alcance B, calcule o instante em que isto acontece.
- d) calcule a distância percorrida pelo carro A até que ele alcance B
- e) calcule a distância percorrida pelo carro B até que ele seja alcançado por A.

Respostas

a) Sim



b) Sim, eles estão se deslocando no mesmo sentido.

- c) Dois móveis se alcançam ou se encontram (24)
em que suas funções horárias $S_A = S_B$.
Como os móveis têm velocidades constantes
suas funções horárias são:

$$S_A = 0 + 20t \quad S_B = 500 + 18t$$

$$S_A = S_B \rightarrow 20t = 500 + 18t$$

$$20t - 18t = 500$$

$$2t = 500 \quad t = \frac{500}{2}$$

$$t = 250 \text{ s}$$

d)

$$d_A = \Delta S_A$$

$$V_{m_A} = \frac{\Delta S_A}{\Delta t}$$

$$20 = \frac{\Delta S_A}{1 \times 250}$$

$$\Delta S_A = 250 \cdot 20$$

$$\Delta S_A = 5000 \text{ m}$$

O carro A se desloca 5000 m

e)

$$d_B = \Delta S_B$$

$$V_{m_B} = \frac{\Delta S_B}{\Delta t}$$

$$18 = \frac{\Delta S_B}{1 \times 250}$$

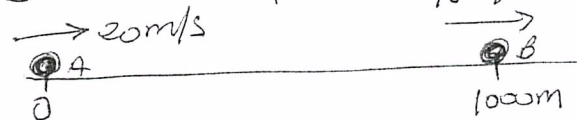
$$\Delta S_B = 18 \cdot 250$$

$$\Delta S_B = 4500 \text{ m}$$

O carro B se desloca 4500 m

(4)

(ESPM-SP) Dois carros A e B estão separados de uma distância de 1000 m, com velocidades $V_A = 20 \text{ m/s}$ e $V_B = 15 \text{ m/s}$. Calcule o tempo necessário para que A alcance B.
resposta



$$S_A = 0 + 20t \quad S_B = 1000 + 15t \quad S_A = S_B$$

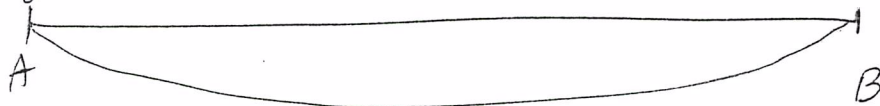
$$20t = 1000 + 15t \quad 20t - 15t = 1000$$

$$5t = 1000 \quad t = \frac{1000}{5} \quad t = 200 \text{ s}$$

5) (Mack-SP) Dois móveis passam por um mesmo ponto A com velocidades de 3 m/s e 7 m/s. Para alcançá-lo num ponto B, o mais veloz leva 2 s a menos. Calcule a distância entre A e B.

3 m/s
7 m/s

Resposta



$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad 3 = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad 7 = \frac{\Delta S}{\Delta t - 2}$$

$$\Delta S = 3\Delta t$$

$$\Delta S = 7(\Delta t - 2)$$

$$\Delta S = \Delta S \Rightarrow 7\Delta t - 14 = 3\Delta t$$

$$7\Delta t - 3\Delta t = 14 \Rightarrow 4\Delta t = 14 \quad \Delta t = \frac{14}{4} = 3,5 \text{ s}$$

a distância entre os dois pontos é ΔS

$$\Delta S = 3 \cdot \Delta t \quad \Delta S = 3 \cdot 3,5 = 10,5 \text{ m}$$

16) Como devemos proceder para traçar o gráfico de um movimento uniforme conhecendo a função horária? R. Do mesmo modo como traçamos o gráfico de uma reta em matemática: escolhemos 2 tempos; 1 deles deve ser $t = 0 \text{ s}$, neste caso temos S_0 e o outro tempo escolhemos 1, 2, 3, 4 e 5 segundos conforme quisermos e achamos o valor numérico do espaço.

7) Dadas as funções horárias, trace os gráficos correspondentes $s \times t$.

26

a) $s = 5 + 2t$

d) $s = 20 - 4t$

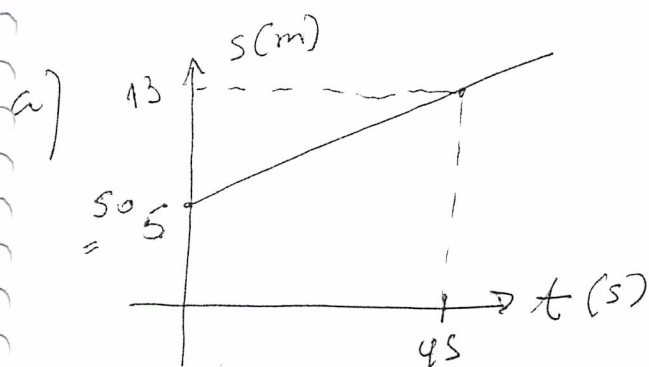
b) $s = 10 - 2t$

e) $s = 6 + 2t$

f) $s = -20 + 4t$

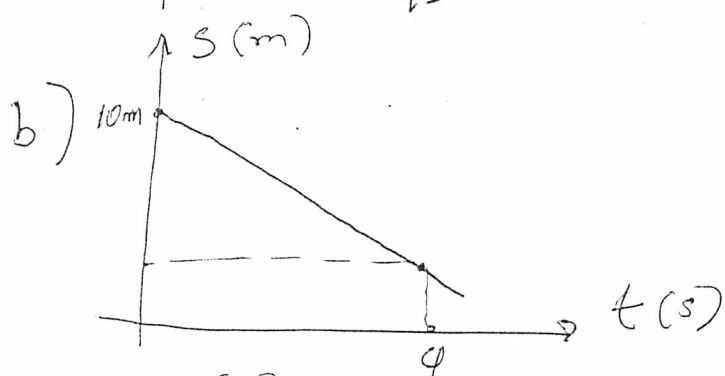
c) $s = 5t$

Respostas



Para $t = 4,5$ temos

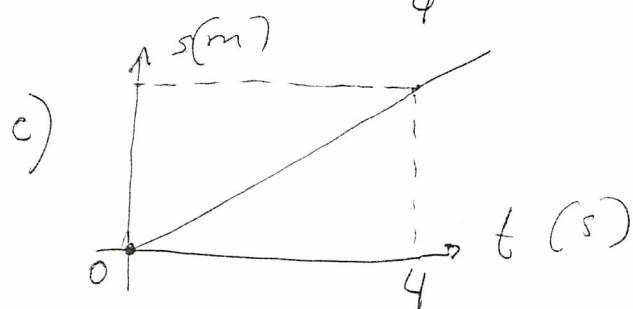
$$s = 5 + 2 \cdot 4,5 = 5 + 9 = 14 \text{ m}$$



Para $t = 4$ s temos

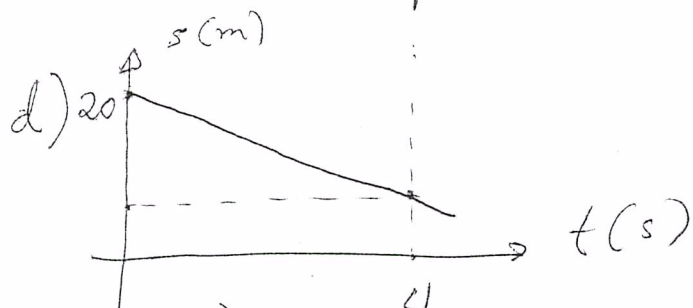
$$s = 10 - 2 \cdot 4$$

$$s = 10 - 8 = 2 \text{ m}$$



Para $t = 4$ s temos

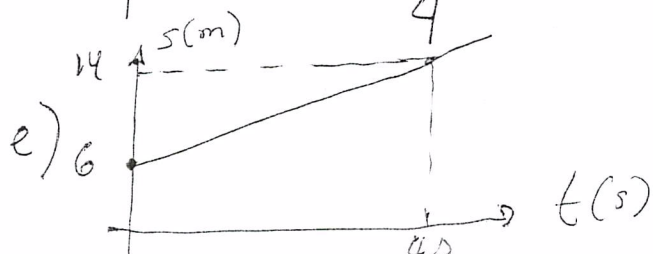
$$s = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m}$$



Para $t = 4$ s temos

$$s = 20 - 4 \cdot 4$$

$$s = 20 - 16 = 4 \text{ m}$$

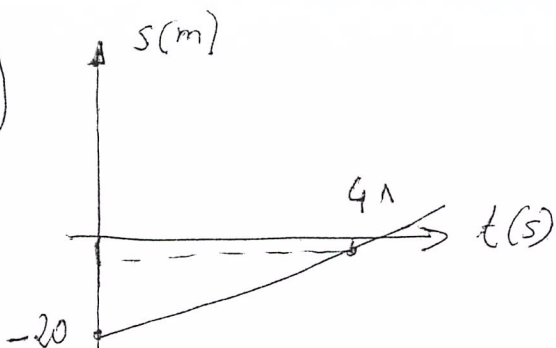


Para $t = 4$ s temos

$$s = 6 + 2 \cdot 4 = 6 + 8 = 14 \text{ m}$$

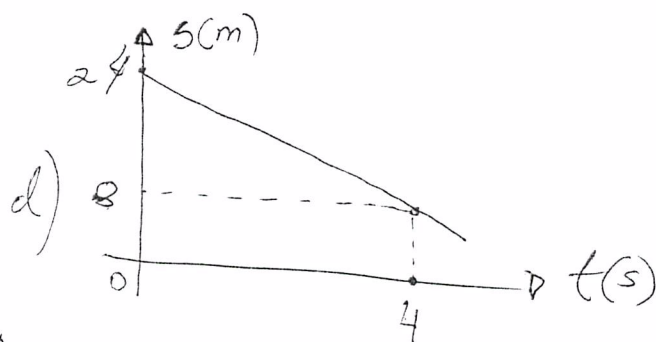
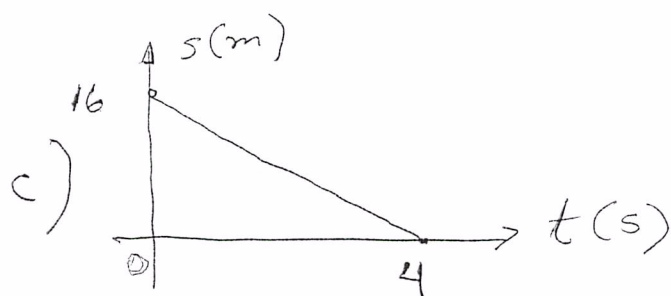
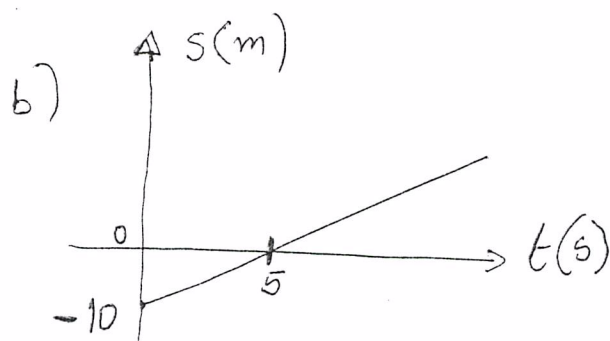
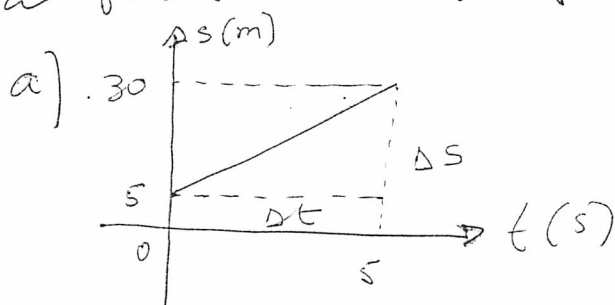
Para $t = 4$ s temos

$$S = -20 + 4 \cdot 4 = -20 + 16 = -4$$



8) Como "tirar" a equação horária de um gráfico de $S \times t$ no M.R.U? R. Calculamos a velocidade pela fórmula: $v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ e consideramos S_0 o ponto em que o gráfico "corta" o eixo S .

9) Ache as funções horárias dos movimentos a partir dos gráficos.



Respostas

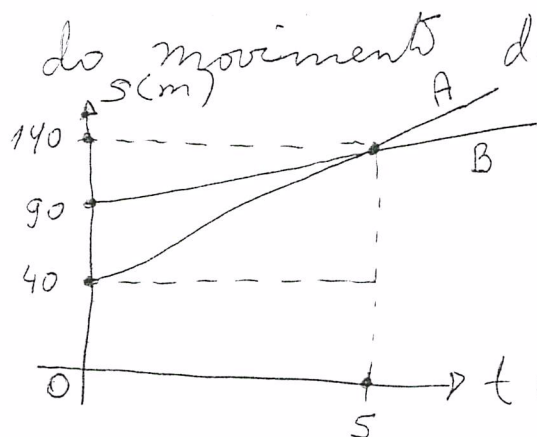
a) $v_m = \frac{30 - 5}{5 - 0} = \frac{25}{5} = 5 \text{ m/s}$ $S = S_0 + v_m t \rightarrow S = 5 + 5 \cdot t$

b) $v_m = \frac{0 - (-10)}{5 - 0} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}$ $S = S_0 + v_m t \rightarrow S = -10 + 2t$

c) $V_m = \frac{2-16}{4-0} = \frac{-16}{4} = -4 \text{ m/s}$ $S = S_0 + Vt \rightarrow S = 16 - 4t$ (28)

d) $V_m = \frac{8-24}{4-0} = \frac{-16}{4} = -4 \text{ m/s}$ $S = S_0 + Vt \rightarrow S = 24 - 4t$

13) (PCU-PR) - Dado o gráfico representativo do movimento dos móveis A e B abaixo:



Escreva as funções horárias dos movimentos

dos 2 móveis e diga qual o significado da interseção das duas retas em $t = 5 \text{ s}$ e $S = 140 \text{ m}$?

Função horária do móvel A: $S = S_0 + Vt$

$$V_A = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{140 - 40}{5} = \frac{100}{5} = 20 \text{ m/s} \quad S = 40 + 20t$$

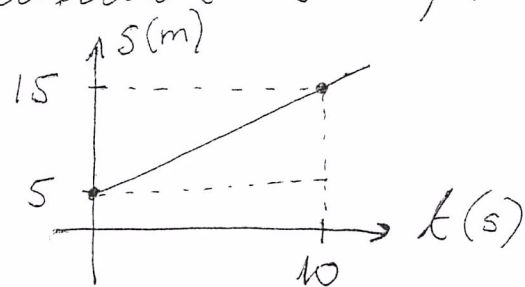
Função horária do móvel B: $S = S_0 + Vt$

$$V_B = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{140 - 90}{5} = \frac{50}{5} = 10 \text{ m/s} \quad S = 90 + 10t$$

O ponto de interseção é o ponto em que o móvel A alcança o móvel B no instante $t = 5 \text{ s}$ e na posição 140 m .

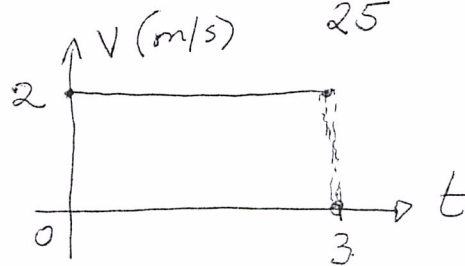
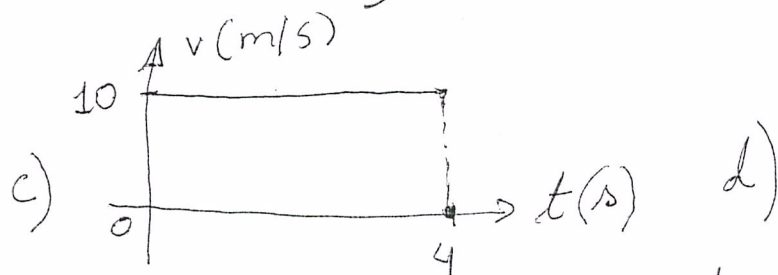
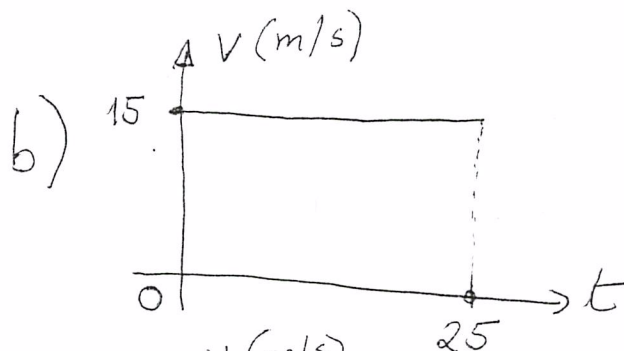
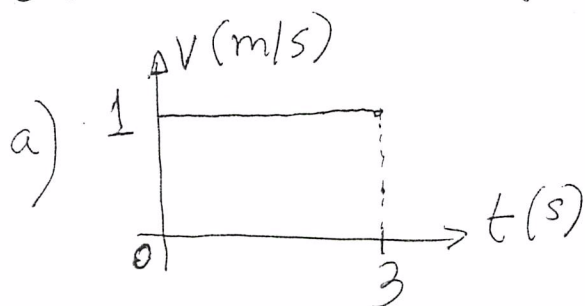
11) (FGV-SP) Dado o gráfico abaixo, determine a posição do móvel no instante $t = 30 \text{ s}$. (29)

Resposta



Para saber a posição do móvel a qualquer tempo temos que usar a função horária dos espaços: $S = S_0 + V \cdot t$; $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{15-5}{10} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}$
 $S = 5 + 1t$; no instante $t = 30 \text{ s}$ a posição do móvel é $S = 5 + 1 \cdot 30 = 35 \text{ m}$

12) (F.O. Lins-SP) Calcule o espaço percorrido em cada um dos gráficos abaixo:



Respostas

a) Todos os gráficos são de velocidade constante, logo, movimento uniforme e o espaço percorrido por cada móvel é calculado pela área de cada retângulo:

$$\Delta S_a = b \cdot h = 3 \cdot 1 = 3 \text{ m}$$

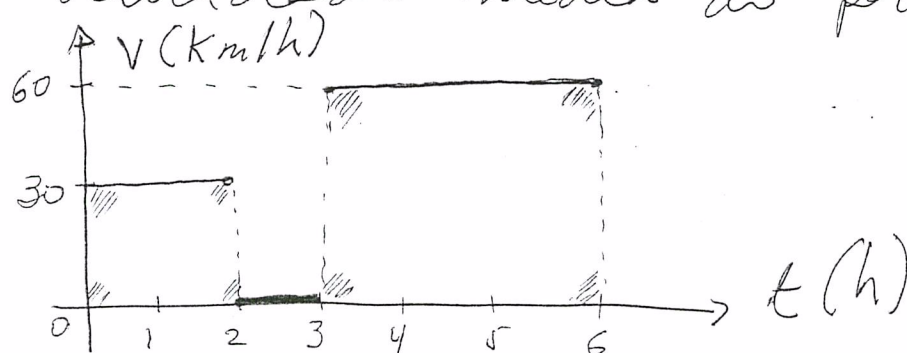
$$b) \Delta S_b = b \cdot h = 25 \cdot 15 = 375 \text{ m}$$

$$c) \Delta S_c = b \cdot h = 4 \cdot 10 = 40 \text{ m}$$

30

$$d) \Delta S_d = b \cdot h = 3 \cdot 2 = 6 \text{ m}$$

3) (FUVEST-SP) - Descreva o movimento representado pelo gráfico: calcule o espaço percorrido de 0 a 2h; de 2h a 3h e de 3h a 6h; calcule a velocidade média do percurso



Respostas: De 0 a 2hs o móvel deslocou-se a uma velocidade constante de 30 Km/h;

De 2hs às 3hs o móvel permaneceu em repouso.

De 3hs às 6hs o móvel deslocou-se a uma velocidade constante de 60 Km/h
cálculo do deslocamento:

$$\text{De 0 às 2hs} \quad \Delta S = b \cdot h = 2 \cdot 30 = 60 \text{ Km}$$

$$\text{De 2hs às 3hs} \quad \Delta S = 0 \text{ repouso}$$

$$\text{De 3hs às 6hs} \quad \Delta S = (6-3) \cdot 60 = 3 \cdot 60 = 180 \text{ Km}$$

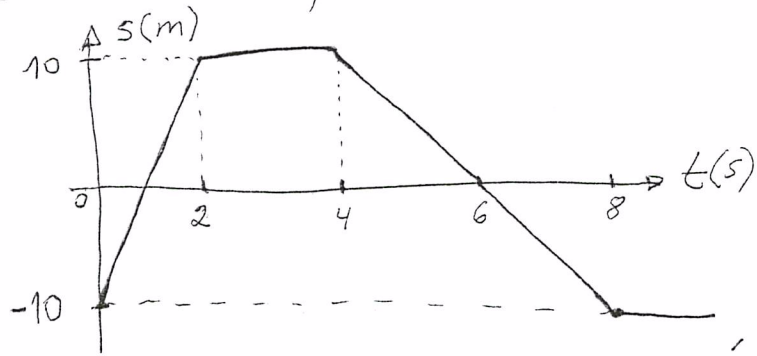
Cálculo de velocidade média

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{60 \text{ Km} + 0 \text{ Km} + 180 \text{ Km}}{6 \text{ h}} = \frac{240 \text{ Km}}{6} = 40 \text{ Km/h}$$

4) (UFLA-MG) - Dado o gráfico abaixo; (31)

Descreva o movimento: de 0s a 2s;
de 2s a 4s; de 4s a 8s e de 8s em diante

Respostas



- De 0s a 2s o móvel se desloca da posição -10m até a posição +10m;
- De 2s a 4s o móvel permanece em repouso na posição +10m;
- De 4s a 8s o móvel se desloca da posição +10 até a posição -10m;
- De 8s em diante o móvel permanece na posição -10m em repouso

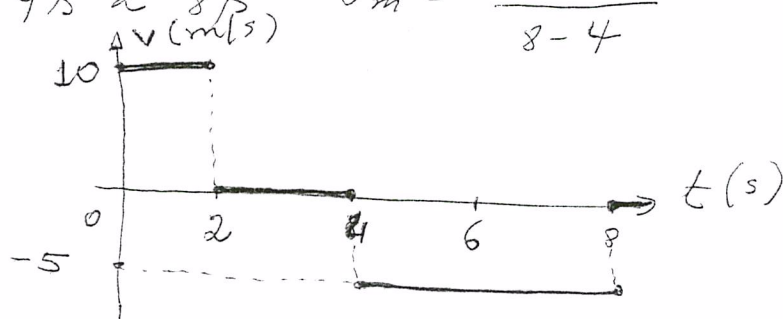
15) (UFLA-MG) Trace o gráfico da velocidade versus tempo do móvel da questão anterior.

Resposta: Cálculo da velocidade em cada intervalo de tempo:

de 0s a 2s: $v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$; $v_m = \frac{10 - (-10)}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ m/s}$

de 2s a 4s $v = 0$ repouso

de 4s a 8s $v_m = \frac{-10 - 10}{8 - 4} = \frac{-20}{4} = -5 \text{ m/s}$



16) (FESP-SP) O gráfico abaixo representa (32)
o movimento de um trem entre 2
estações que distam 1800 m. calcule a
velocidade máxima do percurso.

Resposta

Como o espaço percorrido
foi dado: 1800 m e o tempo
120 s; a área do

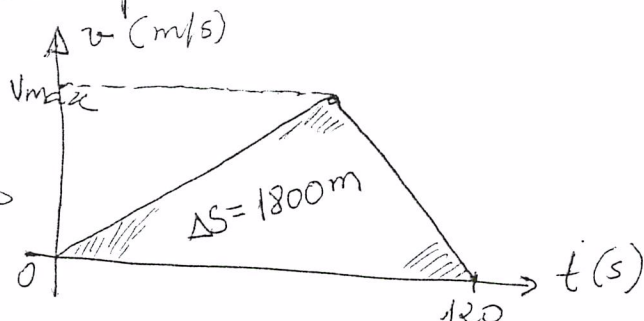


gráfico é representada por um triângulo
de base 120 e altura desconhecida que é
a velocidade máxima.

$$\Delta S = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow 1800 = \frac{120 \cdot v_{\text{máx}}}{2}$$

$$120 v_{\text{máx}} = 3600 \quad v_{\text{máx}} = \frac{3600}{120} = 30 \text{ m/s}$$

17) (ESPM-SP) - Dada a função horária
 $s = 3 + 8t - 2t^2$, responda?

- Que tipo de movimento, MU ou MUV?
- É possível representar este móvel
sobre uma trajetória retilínea?
- É possível conhecer os gráficos de
aceleração, velocidade e espaço do móvel?
- Pela equação dada, este móvel vai para?

Respostas

33

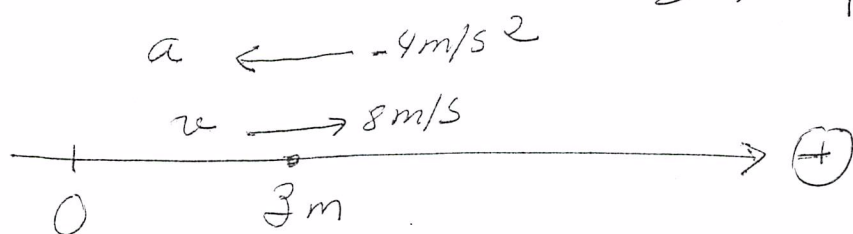
a) Como a equação é do 2º grau só pode ser MUV e referir-se ao espaço x tempo.

b) Sim, mas antes é preciso conhecer o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração:

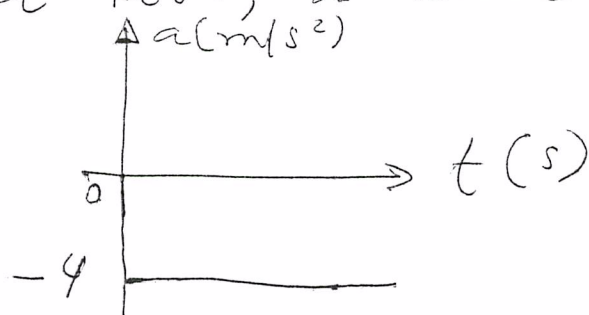
$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$S = 3 + 8t - 2t^2$$

$$S_0 = 3 \text{ m} \quad v_0 = 8 \text{ m/s} \quad \frac{a}{2} = -2 \quad a = -4 \text{ m/s}^2$$

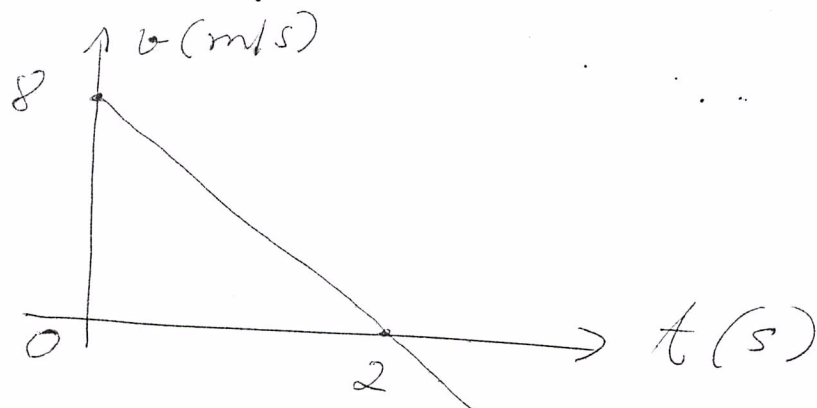


c) Sim. Por ser MUV, a aceleração é constante



a função horária da velocidade

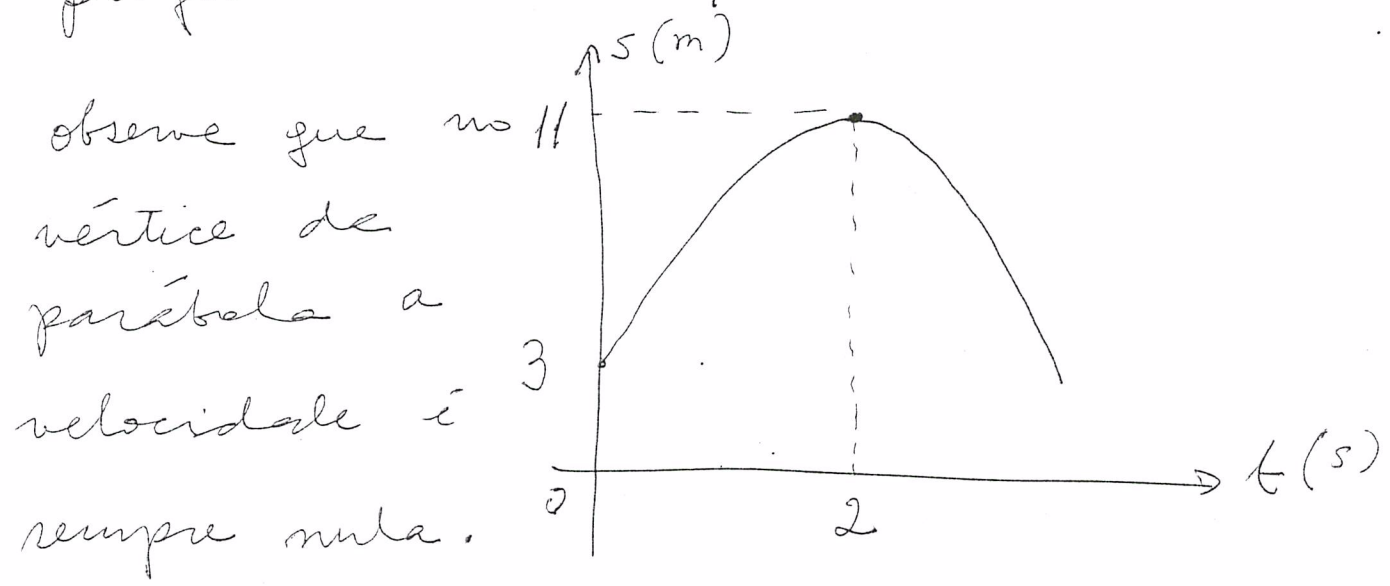
$$v = v_0 + at \quad v = 8 - 4t$$



o gráfico dos espaços é mais complicado, para descomplicar devemos cortar pelo menos 2 pontos.

O So é o vértice da parábola.

O espaço inicial $s_0 = 3m$ e a parábola tem concavidade voltada para baixo porque a aceleração é negativa.



Como $v = 8 - 4t$ $v = 0 \Rightarrow 0 = 8 - 4t$
 $4t = 8 \quad t = \frac{8}{4}$

Para saber a posição do móvel no instante em que $t = 2s$, substituímos

$t = 2$ na função horária dos espaços

$$s = 3 + 8 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2 = 3 + 16 - 8 = 11m$$

d) O móvel em MUV para no instante em que a velocidade se anula; às vezes não para

18) (FM-ABE-SP) - Dada a função horária do movimento $s = t^2 - 10t + 24$, calcule a posição do móvel ao mudar o sentido do movimento.

Resposta

Como o móvel em MUV muda de sentido no instante em que a função velocidade se anula, precisamos montar a função

$$v = v_0 + at; \quad S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

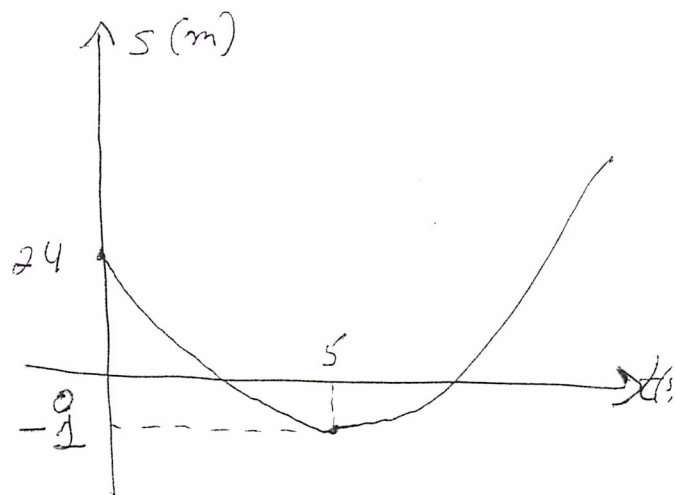
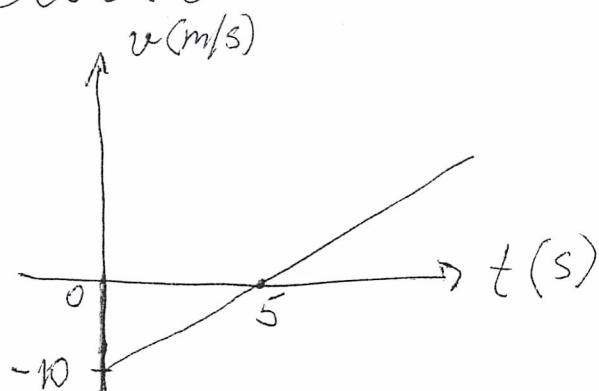
$$S = 24 - 10t + 1t^2$$

$$S_0 = 24\text{m}; \quad v_0 = -10\text{m/s}; \quad \frac{a}{2} \times 1 \quad a = 2\text{m/s}^2$$

$$V = -10 + 2t \quad 0 = -10 + 2t$$

$$2t = 10 \quad t = \frac{10}{2} \quad t = 5\text{s}.$$

Para ilustrar o que acontece no instante da mudança de sentido vejamos os gráficos de espaço e velocidade



$$s = 24 - 10t + t^2 \quad s = 24 - 10 \cdot 5 + 5^2 = 49 - 50 = -1$$

2) (UF-CE) - Um automóvel está parado em um semáforo e no instante em que o sinal abre o motorista parte com aceleração de $2,5 \text{ m/s}^2$. No mesmo instante, é ultrapassado por um caminhão a uma velocidade de 72 km/h . Calcule o tempo em que o automóvel alcançará o caminhão o espaço percorrido pelo automóvel até alcançar o caminhão e a velocidade do automóvel ao alcançar o caminhão.

$\rightarrow a = 2,5 \text{ m/s}^2$ Resposta

$\frac{0 \text{ A}}{0 \text{ C}} v = 72 \text{ km/h} \div 3,6 = 20 \text{ m/s}$

$\xrightarrow{\quad \quad \quad \oplus \quad}$

as funções horárias do automóvel A e do caminhão C são:

$$S_A = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (\text{MRUV})$$

$$S_A = \cancel{0} + \cancel{0} \cdot t + \frac{2,5t^2}{2} \quad (S_A = 1,25t^2)$$

$$S_C = S_0 + V \cdot t \quad (\text{MRU})$$

$$S_C = \cancel{0} + 20t \quad S_C = 20t$$

Para calcular o instante do encontro fazemos $S_A = S_C$ $1,25t^2 = 20t$

$$1,25t^2 - 20t = 0 \quad t(1,25t - 20) = 0$$

$$t = 0 \text{ ou } 1,25t - 20 = 0 \quad 1,25t = 20 \quad t = \frac{20}{1,25} = 16 \text{ s}$$

O automóvel alcança o caminhão em $t = 16 \text{ s}$

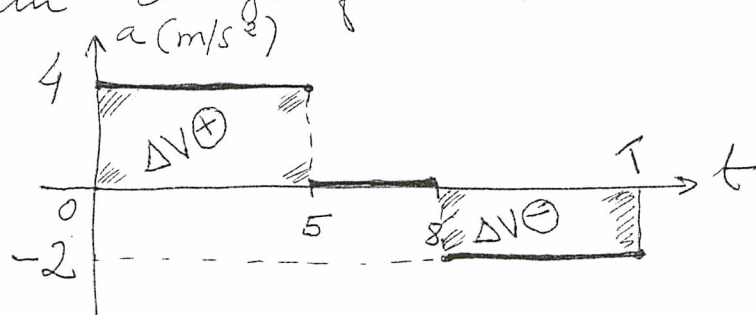
O espaço percorrido pelo automóvel nos 16 s é dado por: (37)

$$S_A = 1,25 t^2 \rightarrow S_A = 1,25 \cdot 16^2 = 1,25 \cdot 256 = 320 \text{ m}$$

o que seria o mesmo espaço percorrido pelo caminhão:

$$S_C = 20 \cdot 16 = 320 \text{ m.}$$

30) (Mack-SP) Um móvel parte do repouso e tem o gráfico da aceleração dado por 4



calcule o instante T em que o móvel pára.
Resposta

O móvel pára no instante em que a variação da velocidade $\Delta V\oplus$ for igual à variação da velocidade $\Delta V\ominus$.

$$\Delta V\oplus = b \cdot h = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta V\ominus = b \cdot h = (T-8) \cdot 2 = 20$$

$$(T-8) \cdot 2 = 20$$

$$T-8 = \frac{20}{2} \quad T-8 = 10 \quad T = 10 + 8 = 18 \text{ s}$$

21) (PEFET-PR) Um caminhão inicia a descida em uma estrada de 100m de extensão. A aceleração no trecho é de 2 m/s^2 e a velocidade inicial é de 54 km/h , calcule a velocidade final do caminhão. R. Como o texto não dá o tempo, recorremos à equação de Torricelli: $V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$

(38)

$$V_0 = 54 \text{ km/h} \div 3,6$$

$$= 15 \text{ m/s}$$

$$V^2 = 15^2 + 2 \cdot 2 \cdot 100$$

$$V^2 = 225 + 400; V^2 = 625$$

$$V = \sqrt{625}$$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

$$v = 25 \cdot 3,6 = 90 \text{ km/h}$$

2) Um automóvel freia uniformemente a partir de uma velocidade de 72 km/h . Para isso percorrer 50m. calcule a aceleração. R. Como o texto não faz referência a tempo, podemos usar a equação de Torricelli: $V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$

a velocidade final é o repouso

$$0^2 = 20^2 + 2 \cdot a \cdot 50$$

$$400 = -100a$$

$$V = \frac{72}{3,6} = 20 \text{ m/s}$$

$$100a = -400$$

$$a = \frac{-400}{100}$$

$$a = -4 \text{ m/s}^2$$